



303F


303

F

نام

نام خانوادگی

محل امضاء

صبح جمعه ۹۱/۱۲/۱۸ دفترچه شماره ۱	 <p>جمهوری اسلامی ایران وزارت علوم، تحقیقات و فناوری سازمان سنجش آموزش کشور</p>	اگر دانشگاه اصلاح شود مملکت اصلاح می‌شود. امام خمینی (ره)
آزمون ورودی دوره‌های دکتری (نیمه متمرکز) داخل در سال ۱۳۹۲		
رشته‌ی آمار (کد ۲۲۳۲)		
تعداد سؤال: ۴۵		مدت پاسخگویی: ۱۵۰ دقیقه
عنوان مواد امتحانی، تعداد و شماره سؤالات		
ردیف	مواد امتحانی	تعداد سؤال
۱	مجموعه دروس تخصصی (آنالیز ریاضی ۱، ریاضی عمومی ۱، احتمال و کاربرد آن - آمار ریاضی ۱ (بدون مبحث برآوردیابی)، استنباط آماری ۱)	۴۵
ناشماره	از شماره	تا شماره
۴۵	۱	۴۵
این آزمون نمره منفی دارد		
اسفندماه سال ۱۳۹۱		
استفاده از ماشین حساب مجاز نمی‌باشد.		
حق چاپ و تکثیر سؤالات پس از برگزاری آزمون برای تمامی اشخاص حقیقی و حقوقی تنها با مجوز این سازمان مجاز می‌باشد و با متغییرن برابر مقررات رفتار می‌شود.		

پی اچ دی تست ، وب سایت تخصصی آزمون دکتری

مجموعه دروس تخصصی (آنالیز ریاضی ۱، ریاضی عمومی ۱، احتمال و کاربرد آن - آمار ریاضی ۱ (بدون مبحث برآورد بایی)، استنباط آماری ۱) 303F صفحه ۲

۱- اگر تابع f در نقطه a مشتق پذیر باشد، مقدار $\lim_{n \rightarrow \infty} n \left(f(a + \frac{1}{n}) + f(a + \frac{2}{n}) + \dots + f(a + \frac{k}{n}) - kf(a) \right)$ کدام است؟

(۱) ۰

(۲) $kf'(a)$

(۳) $\frac{k(k+1)}{2} f'(a)$

(۴) $+\infty$

۲- مقدار $\sum_{n=2}^{\infty} \log(1 - \frac{1}{n^2})$ کدام است؟

(۱) $-\log 2$

(۲) $\frac{1}{2}$

(۳) ۱

(۴) ∞

۳- گزینه صحیح برای $\int_0^{\infty} \frac{\ln x}{1+x^2} dx$ کدام است؟

(۱) مقدار آن برابر با $\frac{\pi}{2}$

(۲) مقدار آن برابر با صفر است.

(۳) واگراست زیرا $\int_0^1 \frac{\ln x}{1+x^2}$ واگراست.

(۴) واگراست زیرا $\int_1^{\infty} \frac{\ln x}{1+x^2}$ واگراست.

۴- اگر $x > 0$ و $\int_a^x f(t) dt = x \ln x$ ، مقدار a کدام است؟

(۱) ۱

(۲) $\frac{1}{2}$ یا ۰

(۳) ۰

(۴) ۱ یا ۰

۵- اگر A ناحیه محدود به خطهای $y = 2 - x$ ، $y = 1 - x$ ، $y = x$ و $y = 2x$ باشد، انتگرال دوگانه

$\iint_A (\frac{1}{x} + \frac{y}{x^2}) e^x e^y dx dy$ برابر است با:

(۱) $e^2 - e$

(۲) $2e^2 - e$

(۳) $e^2 - 2e$

(۴) $2(e^2 - e)$

پی اچ دی تست ، وب سایت تخصصی آزمون دکتری

مجموعه دروس تخصصی (آنالیز ریاضی ۱، ریاضی عمومی ۱، احتمال و کاربرد آن - آمار ریاضی ۱) بدون مبحث برآوردیابی، استنباط آماری ۱) 303F صفحه ۳

۶- مخروطی به ارتفاع $2a$ و شعاع قاعده a داریم و می‌خواهیم مخروط دیگری داخل آن به گونه‌ای قرار دهیم که رأس آن منطبق بر مرکز قاعده مخروط اول و قاعده‌های آن دو موازی باشند. نسبت ارتفاع به شعاع قاعده مخروط دوم چقدر باشد که بیش‌ترین حجم را داشته باشد؟

(۱) ۱

(۲) ۲

(۳) $\frac{2a}{3}$

(۴) $\frac{3a}{2}$

۷- اگر در فضای متریک (X, d) دنباله $\{x_n\}$ همگرا به x باشد، آنگاه کدام گزاره درست نمی‌باشد؟

(۱) مجموعه $\{x, x_1, x_2, \dots\}$ فشرده است.

(۲) x یک نقطه حدهی مجموعه $\{x_1, x_2, x_3, \dots\}$ است.

(۳) مجموعه $\{x_1, x_2, \dots\}$ فشرده است.

(۴) هر گوی باز به مرکز x شامل همه نقاط دنباله به جز احتمالاً تعداد متناهی از آنهاست.

۸- اگر $a = (1, 1, \dots, 1) \in \mathbb{R}^n$ آنگاه مجموعه $\{x : \|x - a\| \leq \|x\|\}$:

(۱) یک بازه باز و کراندار در \mathbb{R} است.

(۲) یک بازه بسته و کراندار در \mathbb{R} است.

(۳) یک گوی باز به مرکز o و شعاع ۱ در \mathbb{R}^n

(۴) یک گوی بسته به مرکز o و شعاع ۱ در \mathbb{R}^n است.

۹- فرض کنید $f: [1, \infty) \rightarrow [0, \infty)$ تابعی ناصعودی باشد. شرط لازم و کافی برای اینکه $\int_1^\infty f(x) dx < \infty$ کدام است؟

(۱) $\sum_{k=0}^{\infty} 2^k f(2^k) < \infty$

(۲) $\sum_{k=0}^{\infty} f(2^{k+1}) < \infty$

(۳) $\sum_{k=0}^{\infty} 2^{k+1} f(2^{k+1}) < \infty$

(۴) $\sum_{k=0}^{\infty} f(2^{k-1}) < \infty$

۱۰- مجموعه نقاط حدهی مجموعه $A = \left\{ \frac{1}{m} + \frac{1}{n} : m, n \in \mathbb{N} \right\}$ کدام است؟

(۱) $\{0\}$

(۲) $\{1\}$

(۳) $[0, 1]$

(۴) $\left\{ \frac{1}{n} : n \in \mathbb{N} \right\} \cup \{0\}$

پی اچ دی تست ، وب سایت تخصصی آزمون دکتری

مجموعه دروس تخصصی (آنالیز ریاضی ۱، ریاضی عمومی ۱، احتمال و کاربرد آن - آمار ریاضی ۱ (بدون مبحث برآورد بایی)، استنباط آماری ۱) 303F صفحه ۴

- ۱۱- ذره‌ای بر روی یک دایره با $(m+1)$ گره که با $1, 2, \dots, m$ شماره‌گذاری شده است از گره 0 شروع به حرکت می‌کند. فرض کنید ذره در هر گام با احتمالات برابر و در جهت مخالف عقربه‌های ساعت حرکت کرده و آنقدر به حرکت خود ادامه می‌دهد تا تمامی گره‌ها را مشاهده کند. احتمال اینکه گرهی 1 ام آخرین گره‌ای باشد که ذره ملاقات می‌کند کدام است؟

(۱) $\frac{1}{m}$

(۲) $\frac{1}{m+1}$

(۳) $\frac{m}{m+1}$

(۴) $\frac{m}{(m+2)}$

- ۱۲- نقطه تصادفی $M \begin{vmatrix} x \\ y \end{vmatrix}$ را در مثلث OAB با $O \begin{vmatrix} 0 \\ 0 \end{vmatrix}$ ، $A \begin{vmatrix} 1 \\ 0 \end{vmatrix}$ ، $B \begin{vmatrix} 0 \\ 1 \end{vmatrix}$ اختیار می‌کنیم. $E(Y)$ کدام است؟

(۱) $\frac{1}{4}$

(۲) $\frac{1}{3}$

(۳) $\frac{2}{3}$

(۴) ۱

- ۱۳- فرض کنید $X \sim N(0, 1)$ و $X = \log_e Y$ ، مقدار $\text{Var}(Y)$ کدام است؟

(۱) $e(e-1)$

(۲) $e(e-2)$

(۳) $e(e+1)$

(۴) $e(e+2)$

- ۱۴- فرض کنید متغیر تصادفی X دارای توزیع نمایی با میانگین یک باشد. تابع چگالی احتمال متغیر تصادفی $Y = X - [X]$ در فاصله $(0, 1)$ کدام است؟ ($[X] = \text{جزء صحیح } X$)

(۱) $f(y) = 3y^2$

(۲) $f(y) = \frac{2e^{-2y}}{1-e^{-2}}$

(۳) $f(y) = 2y$

(۴) $f(y) = \frac{e^{-y}}{1-e^{-1}}$

دانلود کلیه سوالات آزمون دکتری در سایت پی اچ دی تست

پی اچ دی تست ، وب سایت تخصصی آزمون دکتری

مجموعه دروس تخصصی (آنالیز ریاضی ۱، ریاضی عمومی ۱، احتمال و کاربرد آن - آمار ریاضی ۱ (بدون مبحث برآورد بایبی)، استنباط آماری ۱) 303F صفحه ۵

۱۵- فرض کنید X و Y دارای تابع چگالی احتمال توأم زیر باشد. مقدار $E(Y | X = x)$ کدام است؟

$$f(x, y) = Ce^{-(x+y)}, \quad 0 < x < y < \infty$$

(۱) $x - 1$

(۲) $x - \frac{1}{2}$

(۳) $x + 1$

(۴) $2x + 1$

۱۶- فرض کنید $X \sim N(0, 1)$ و $Y = \begin{cases} X & |X| \geq a \\ -X & |X| < a \end{cases}$ ، مقدار $\text{Cov}(X, Y)$ کدام است؟

(Φ و ϕ به ترتیب تابع چگالی احتمال و تابع توزیع نرمال استاندارد هستند.)

(۱) $2a\phi(a) + 2\Phi(a) - 1$

(۲) $2a\phi(a) - 2\Phi(a) + 2$

(۳) $2a\phi(a) + 2\Phi(a) - 2$

(۴) $2 - 2\Phi(a)$

۱۷- اگر $\Phi(\cdot)$ و $\phi(\cdot)$ به ترتیب تابع چگالی احتمال و تابع توزیع نرمال استاندارد باشد، مقدار

$$\int_{-\infty}^{\infty} \Phi\left(\frac{w-a}{b}\right) \phi(w) dw$$

(۱) ۱

(۲) $\Phi\left(\frac{-a}{\sqrt{1+b^2}}\right)$

(۳) $1 - \Phi\left(\frac{a}{b}\right)$

(۴) $\Phi\left(\frac{a+b}{\sqrt{a^2+b^2}}\right)$

۱۸- اگر X_1, X_2, X_3 سه متغیر تصادفی مستقل، نمایی با میانگین‌های به ترتیب $\frac{1}{\lambda_1}, \frac{1}{\lambda_2}, \frac{1}{\lambda_3}$ باشند.

$P(X_1 > X_2 | X_1 > X_3)$ کدام است؟

(۱) $\frac{1}{3}$

(۲) $\frac{\lambda_1 + \lambda_2 + \lambda_3}{3}$

(۳) $\frac{\lambda_1 + \lambda_2 + \lambda_3}{(\lambda_1 + \lambda_2)^2}$

(۴) $\frac{(\lambda_1 + \lambda_2)(\lambda_2 + \lambda_3)}{\lambda_2(\lambda_1 + \lambda_2 + \lambda_3)}$

پی اچ دی تست ، وب سایت تخصصی آزمون دکتری

مجموعه دروس تخصصی (آنالیز ریاضی ۱، ریاضی عمومی ۱، احتمال و کاربرد آن - آمار ریاضی ۱ (بدون مبحث برآوردیابی)، استنباط آماری ۱) 303F صفحه ۶

۱۹- فرض کنید $N | \lambda \sim \text{Poisson}(\lambda)$ و λ یک متغیر تصادفی با توزیع $\text{Gamma}(2, 3)$ است. تابع احتمال N کدام است؟

$$e^{-2} \frac{2^n}{n!} \quad (1)$$

$$e^{-2/5} \frac{(2/5)^n}{n!} \quad (2)$$

$$9(n+1)4^{-(n+2)} \quad (3)$$

$$\frac{3}{8}(n+1)(2/5)^{-n} \quad (4)$$

۲۰- یک نمونه تصادفی از توزیعی نرمال با میانگین θ و واریانس $\theta > 0$ در نظر می‌گیریم. فرض کنید \bar{X} و S^2 معدل و واریانس این نمونه باشد. مقدار $P((\bar{X} - \theta)(S^2 - \theta) \leq 0)$ کدام است؟

$$\frac{1}{8} \quad (1)$$

$$\frac{1}{4} \quad (2)$$

$$\frac{1}{2} \quad (3)$$

$$\text{صفر} \quad (4)$$

۲۱- اگر X_1, \dots, X_n یک نمونه تصادفی از توزیع $N(0, 1)$ باشد، تابع چگالی احتمال $Y = \frac{|X_1|}{\sqrt{\sum_{i=1}^n X_i^2}}$ برای مقادیر $0 < y < 1$ کدام است؟

$$f(y) = \frac{2}{B\left(\frac{1}{2}, \frac{n-1}{2}\right)} (1-y^2)^{\frac{n-2}{2}} \quad (1)$$

$$f(y) = \frac{2}{\sqrt{n-1} B\left(\frac{1}{2}, \frac{n-1}{2}\right)} \left(1 + \frac{y^2}{n-1}\right)^{-\frac{n}{2}} \quad (2)$$

$$f(y) = \frac{2}{B\left(\frac{1}{2}, \frac{n}{2}\right)} (1-y^2)^{\frac{n-2}{2}} \quad (3)$$

$$f(y) = \frac{2}{\sqrt{n} B\left(\frac{1}{2}, \frac{n}{2}\right)} \left(1 + \frac{y^2}{n}\right)^{-\frac{n+1}{2}} \quad (4)$$

پی اچ دی تست ، وب سایت تخصصی آزمون دکتری

مجموعه دروس تخصصی (آنالیز ریاضی ۱، ریاضی عمومی ۱، احتمال و کاربرد آن - آمار ریاضی ۱ (بدون معیشت برآوردیابی)، استنباط آماری ۱) 303F صفحه ۷

۲۲- نمونه تصادفی X_1, X_2, \dots, X_n را از توزیعی با میانگین ۲ و واریانس ۵ در نظر می‌گیریم. متغیر \bar{X}_n وقتی $n \rightarrow \infty$ در احتمال به چه عددی میل می‌کند؟

۲ (۱)

۵ (۲)

۹ (۳)

۱۲ (۴)

۲۳- فرض کنید X_1, \dots, X_n یک نمونه تصادفی n تایی از چگالی زیر باشد.

$$f(x) = 2x, \quad 0 < x < 1$$

اگر $Y_n = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n X_i^2$ و $\frac{\sqrt{n}(Y_n - a)}{b} \xrightarrow[n \rightarrow \infty]{D} N(0, 1)$ مقدار a و b کدام است؟

$$a = 12, \quad b = \sqrt{\frac{1}{2}} \quad (۱)$$

$$a = 2, \quad b = \sqrt{12} \quad (۲)$$

$$a = \frac{1}{12}, \quad b = \sqrt{2} \quad (۳)$$

$$a = \frac{1}{2}, \quad b = \sqrt{\frac{1}{12}} \quad (۴)$$

۲۴- فرض کنید X_1, \dots, X_n یک نمونه تصادفی از توزیع برنولی با پارامتر p باشد. اگر $Y_n = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n X_i$ مقدار

$$\lim_{n \rightarrow \infty} P(Y_n \leq p) \quad \text{کدام است؟}$$

$$\frac{1}{3} \quad (۱)$$

$$\frac{1}{2} \quad (۲)$$

$$1 - p \quad (۳)$$

$$p \quad (۴)$$

۲۵- فرض کنید X یک متغیر تصادفی با تابع چگالی $f_X(x)$ باشد. دو نقطه به مختصات $(a, 1)$ و $(X, 1)$ در صفحه مختصات انتخاب می‌شود. اگر بخواهیم میانگین مربع فاصله بین این دو نقطه کمترین مقدار باشد، مقدار a کدام است؟

صفر (۱)

$$\frac{1}{2} \quad (۲)$$

$$E(X) \quad (۳)$$

$$E(X^2) \quad (۴)$$

پی اچ دی تست ، وب سایت تخصصی آزمون دکتری

مجموعه دروس تخصصی (آنالیز ریاضی ۱، ریاضی عمومی ۱، احتمال و کاربرد آن - آمار ریاضی ۱ (بدون محبت برآوردیابی)، استنباط آماری ۱) 303F صفحه ۸

۲۶- فرض کنید X_1, \dots, X_n نمونه‌ای تصادفی از توزیع $U(-\theta, \theta)$ باشد. اگر $X_{(1)}$ و $X_{(n)}$ به ترتیب کوچک‌ترین و بزرگ‌-

ترین آماره‌ی ترتیبی باشند، مقدار $E\left(\frac{X_{(n)} - X_{(1)}}{\max_{i=1, \dots, n} |X_i|}\right)$ کدام است؟

(۱) $\frac{n}{n-1}$

(۲) $\frac{2(n-1)}{n}$

(۳) $\frac{\theta n}{n-1}$

(۴) $\frac{\theta(n-1)}{n}$

۲۷- فرض کنید X_1, \dots, X_n نمونه‌ای تصادفی از توزیع یکنواخت گسسته روی مجموعه $\{1, \dots, N\}$ با تابع احتمال زیر باشد.

$$f_N(x) = \begin{cases} \frac{1}{N} & x = 1, 2, \dots, N \\ 0 & \text{جاهای دیگر} \end{cases}, \quad N \geq 2$$

آماره‌ی $X_{(n)} = \max\{X_1, X_2, \dots, X_n\}$ کدام است؟

(۱) بسنده است ولی کامل نیست.

(۲) بسنده و کامل است.

(۳) کامل است ولی بسنده نیست.

(۴) بسنده نیست و کامل نیست.

۲۸- فرض کنید X دارای توزیع $N(0, 1)$ یا $\text{Cauchy}(0, 1)$ است. آماره بسنده مینی‌مال کدام است؟

(۱) X

(۲) $\frac{X}{1+X^2}$

(۳) $\frac{1+X^2}{X}$

(۴) X^2

۲۹- در کدام یک از خانواده توزیع های زیر θ قابل شناسایی (identifiable) نیست؟

$\theta \backslash x$	۰	۱
θ_1	$\frac{1}{2}$	$\frac{1}{2}$
θ_2	$\frac{1}{3}$	$\frac{2}{3}$
θ_3	$\frac{1}{3}$	$\frac{2}{3}$

(۱)

$\theta \backslash x$	۰	۱	۲
θ_1	$\frac{1}{2}$	$\frac{1}{2}$	۰
θ_2	۰	$\frac{1}{2}$	$\frac{1}{2}$

(۲)

(۳) $N(0,1)$

(۴) $E(\theta)$

۳۰- فرض کنید X_1, \dots, X_n نمونه ای تصادفی از توزیع یکنواخت گسسته روی مجموعه $\{1, \dots, N\}$ با تابع احتمال زیر باشد. اگر $t = \max\{X_1, \dots, X_n\}$ برآورد UMVU برای هر تابع دلخواه $\Psi(N)$ ، که در آن $\Psi(0) = 0$ است، کدام است؟

$$f_N(x) = \frac{1}{N} \quad x = 1, \dots, N$$

$$\frac{t^{n-1} \Psi(t) - (t-1)^n \Psi(t-1)}{i^t - (i-1)^t} \quad (۱)$$

$$\frac{t^n \Psi(t) - (t-1)^n \Psi(t-1)}{i^t - (i-1)^t} \quad (۲)$$

$$\frac{t^n \Psi(t) - (t-1)^{n-1} \Psi(t-1)}{i^t - (i-1)^t} \quad (۳)$$

$$\frac{(t-1)^n \Psi(t) - (t-1)^n \Psi(t-1)}{i^t - (i-1)^t} \quad (۴)$$

پی اچ دی تست ، وب سایت تخصصی آزمون دکتری

مجموعه دروس تخصصی (آنالیز ریاضی ۱، ریاضی عمومی ۱، احتمال و کاربرد آن - آمار ریاضی ۱) بدون مبحث برآوردیابی، استنباط آماری (۱) 303F صفحه ۱۰

۳۱- فرض کنید X_1, \dots, X_n یک نمونه تصادفی از توزیع $\text{Beta}(\theta + 1, 1)$ باشد. برآوردگر UMVU پارامتر θ^{-1} کدام است؟

$$\frac{1}{n} \left(1 + \frac{\sum_{i=1}^n \ln X_i}{\ln 2} \right)^{n-1} \quad (۱)$$

$$\frac{1}{n} \left(1 + \frac{\sum_{i=1}^n \ln X_i}{\ln 2} \right)^n \quad (۲)$$

$$\frac{1}{n} \left(1 + \frac{\ln 2}{\sum_{i=1}^n \ln X_i} \right)^n \quad (۳)$$

$$\frac{1}{n} \left(1 + \frac{\ln 2}{\sum_{i=1}^n \ln X_i} \right)^{n-1} \quad (۴)$$

۳۲- فرض کنید X_1, \dots, X_n یک نمونه تصادفی n تایی از تابع چگالی احتمال زیر باشد،

$$f(x, \theta) = \frac{1}{2\theta} e^{-\frac{|x|}{\theta}} \quad -\infty < x < \infty$$

اگر $T_1 = \sum_{i=1}^n a_i X_i$ و $T_2 = \sum_{i=1}^n |X_i|$ مقدار $\text{Cov}(T_1, T_2)$ کدام است؟

$$-\frac{1}{2} \quad (۱)$$

$$\text{صفر} \quad (۲)$$

$$\frac{1}{2} \quad (۳)$$

$$۱ \quad (۴)$$

پی اچ دی تست ، وب سایت تخصصی آزمون دکتری

مجموعه دروس تخصصی (آنالیز ریاضی ۱، ریاضی عمومی ۱، احتمال و کاربرد آن - آمار ریاضی ۱ (بدون مبحث برآوردیابی)، استنباط آماری ۱) 303F صفحه ۱۱

۳۳- فرض کنید X دارای توزیع یکنواخت گسسته روی مجموعه $\{1, \dots, N\}$ که در آن $N \geq 2$ با تابع احتمال زیر باشد.

$$f_N(x) = \frac{1}{N}, \quad x = 1, 2, \dots, N$$

برآورد UMVUE پارامتر N کدام است؟

$$T_1(x) = \begin{cases} 2x-1 & x = 3, 4, \dots \\ x + \frac{1}{2} & x = 1, 2 \end{cases} \quad (1)$$

$$T_2(x) = 2x-1 \quad (2)$$

$$x + \frac{1}{2} \quad (3)$$

$$T_1(x) = \begin{cases} 2x-1 & x = 3, 4, \dots \\ 2 & x = 1, 2 \end{cases} \quad (4)$$

۳۴- اگر X دارای توزیعی از خانواده نمایی یک پارامتری با تابع چگالی احتمال $f_\theta(x) = e^{C(\theta)T(x)-B(\theta)}h(x)$ باشد و $E_\theta(T(X)) = g(\theta)$ ، میزان اطلاع فیشر X در مورد θ کدام است؟

$$I(\theta) = C'(\theta)g(\theta) \quad (1)$$

$$I(\theta) = C(\theta)g'(\theta) \quad (2)$$

$$I(\theta) = C'(\theta)g'(\theta) \quad (3)$$

$$I(\theta) = C(\theta)g(\theta) \quad (4)$$

۳۵- فرض کنید $X | (\theta_1, \theta_2) \sim \text{Gamma}(\Delta, \theta_1 + \theta_2)$. اگر $I(\theta_1, \theta_2)$ میزان اطلاع فیشر X باشد، دترمینان $I(\theta_1, \theta_2)$ کدام است؟

$$(\theta_1 + \theta_2)^2 \quad (2)$$

صفر (۱)

$$\frac{9}{(\theta_1 + \theta_2)^2} \quad (4)$$

$$\frac{3}{(\theta_1 + \theta_2)^2} \quad (3)$$

۳۶- فرض کنید X_1, \dots, X_n یک نمونه تصادفی از توزیع $N(0, \theta)$ باشد. اگر توزیع پیشین (توزیع گامای معکوس) $\Pi(3, 1)$ و

$$L(\theta, \delta) = \frac{(\delta - \theta)^2}{\delta} \quad \text{باشد، برآوردگر بیز } \theta \text{ کدام است؟} \quad \left(X \sim \Gamma(\alpha, \beta) \rightarrow \frac{1}{X} \sim \Pi(\alpha, \beta) \right)$$

$$\frac{1}{2} \left(1 + \sum X_i^2 \right)^{\frac{1}{2}} \quad (1)$$

$$\frac{1}{2} \left(2 + \sum X_i^2 \right)^{\frac{1}{2}} \quad (2)$$

$$2 \left(1 + \sum X_i^2 \right)^{\frac{1}{2}} \quad (3)$$

$$2 \left(2 + \sum X_i^2 \right)^{\frac{1}{2}} \quad (4)$$

پی اچ دی تست ، وب سایت تخصصی آزمون دکتری

مجموعه دروس تخصصی (آنالیز ریاضی ۱، ریاضی عمومی ۱، احتمال و کاربرد آن - آمار ریاضی ۱ (بدون مبحث برآوردیابی)، استنباط آماری ۱) 303F صفحه ۱۲

۳۷- فرض کنید X_1, \dots, X_n یک نمونه تصادفی از توزیعی با تابع احتمال زیر باشد.

$$f(x|\theta) = \theta(1-\theta)^x, \quad x = 0, 1, 2, \dots, \quad 0 < \theta < 1$$

تحت تابع زیان $L(\theta, \delta) = \frac{\theta^2}{1-\theta}(\delta - \theta)^2$ و توزیع پیشین $U(0, 1)$ برآوردگر بیز پارامتر $\gamma(\theta) = \frac{1-\theta}{\theta}$ کدام است؟

$$\frac{n\bar{X}}{n+2} \quad (1)$$

$$\frac{n\bar{X}}{n+1} \quad (2)$$

$$\frac{n\bar{X}-1}{n+1} \quad (3)$$

$$\frac{n\bar{X}-1}{n+2} \quad (4)$$

۳۸- فرض کنید X دارای توزیع نرمال $N(\ln \theta, 1)$ با $\theta > 0$ باشد. با در نظر گرفتن توزیع پیشین لگ نرمال استاندارد برای θ ،

برآوردگر بیز θ تحت تابع زیان $(\ln \delta - \ln \theta)^2$ کدام است؟

$$e^{\frac{x+1}{2}} \quad (1)$$

$$e^{-\frac{x}{2}} \quad (2)$$

$$e^{\frac{x}{2}} \quad (3)$$

$$e^{\frac{x+1}{2}} \quad (4)$$

۳۹- فرض کنید X_1, \dots, X_n نمونه‌ای تصادفی از توزیع $N(\mu, \sigma^2)$ باشند. با انتخاب $\tau = \frac{1}{\sigma^2}$ ، اگر

$\tau \sim \text{Gamma}(\alpha, \beta)$ ، $\pi(\mu|\tau) = 1$ ، تحت تابع زیان توان دوم خطا برآوردگر بیز تعمیم یافته μ کدام است؟

$$\bar{X} - 1 \quad (1)$$

$$\bar{X} \quad (2)$$

$$\frac{\bar{X} + 1}{2} \quad (3)$$

$$2\bar{X} + 1 \quad (4)$$

۴۰- فرض کنید X_1, \dots, X_n نمونه‌ای تصادفی از توزیع $N(\theta, 1)$ باشد به طوری که $\theta \geq a$. برآوردگر مینیماکس θ تحت تابع

زیان توان دوم خطا کدام است؟

$$\frac{\bar{X} - a}{2} \quad (1)$$

$$\frac{\bar{X} + a}{2} \quad (2)$$

$$\max\{\bar{X}, a\} \quad (3)$$

$$\min\{\bar{X}, a\} \quad (4)$$

پی اچ دی تست ، وب سایت تخصصی آزمون دکتری

مجموعه دروس تخصصی (آنالیز ریاضی ۱، ریاضی عمومی ۱، احتمال و کاربرد آن - آمار ریاضی ۱) بدون میحت برآوردیابی، استنباط آماری ۱) 303F صفحه ۱۳

۴۱- فرض کنید X_1, \dots, X_n نمونه‌ای تصادفی از توزیع $N(0, \sigma^2)$ باشد. تحت تابع زیان توان دوم خطا کدام یک از برآوردهای زیر ناپذیرفتنی (غیر مجاز inadmissible) است؟

$$(1) \frac{1}{n+5} \sum_{i=1}^n X_i^2 + 1$$

$$(2) \frac{1}{n+4} \sum_{i=1}^n X_i^2 + 1$$

$$(3) \frac{1}{n+3} \sum_{i=1}^n X_i^2 + 1$$

$$(4) \frac{1}{n+1} \sum_{i=1}^n X_i^2 + 1$$

۴۲- فرض کنید X_1, \dots, X_n یک نمونه تصادفی از توزیع $N(\theta, \sigma^2)$ باشد که در آن σ^2 معلوم است. اگر تابع زیان به فرم زیر باشد، برآوردهای مینیماکس θ کدام است؟

$$L(\theta, \delta) = e^{a(\delta-\theta)} - a(\delta-\theta) - 1, \quad a \neq 0$$

$$(1) \bar{X} - \frac{a\sigma^2}{n}$$

$$(2) \bar{X} - \frac{an}{2\sigma^2}$$

$$(3) \bar{X} - \frac{a\sigma^2}{2}$$

$$(4) \bar{X} - \frac{a\sigma^2}{2n}$$

۴۳- فرض کنید T برآوردهای θ با تابع احتمال زیر است:

$$P(T=t) = \begin{cases} \frac{n-1}{n} & t = \theta \\ \frac{1}{n} & t = \theta + n \\ 0 & \text{در غیر این صورت} \end{cases}$$

کدام یک از موارد زیر در مورد T صحیح است؟

- (۱) اریب و سازگار است.
- (۲) ناریب و سازگار است.
- (۳) ناریب ولی ناسازگار است.
- (۴) اریب و ناسازگار است.

پی اچ دی تست ، وب سایت تخصصی آزمون دکتری

مجموعه دروس تخصصی (آنالیز ریاضی ۱، ریاضی عمومی ۱، احتمال و کاربرد آن - آمار ریاضی ۱) بدون مبحث برآوردیابی، استنباط آماری ۱) 303F صفحه ۱۴

۴۴- فرض کنید X دارای توزیع نمایی با میانگین $\frac{1}{\theta}$ است و بدانیم $\theta \in \{1, 2\}$. با انتخاب توزیع پیشین یکنواخت و تابع زیان مربع خطا برآورد بیز θ کدام است؟

$$(1) \quad 1 + \frac{e^x}{e^x + 2}$$

$$(2) \quad \frac{2e^{-x} + 1}{e^{-x} + 2}$$

$$(3) \quad \frac{e^x + 4}{e^x + 2}$$

$$(4) \quad \frac{e^{-x} + 2}{e^{-x} + 1}$$

۴۵- فرض کنید X_1, \dots, X_{36} یک نمونه تصادفی از توزیع برنولی با پارامتر θ باشد. اگر θ دارای توزیع پیشین $\text{Beta}(3, 3)$ باشد، تحت تابع زیان مربع خطا، برآوردگر مینیماکس θ کدام است؟

$$(1) \quad \frac{1}{39} \left(\sum_{i=1}^{36} X_i + 6 \right)$$

$$(2) \quad \frac{1}{39} \left(\sum_{i=1}^{36} X_i + 3 \right)$$

$$(3) \quad \frac{1}{42} \left(\sum_{i=1}^{36} X_i + 6 \right)$$

$$(4) \quad \frac{1}{42} \left(\sum_{i=1}^{36} X_i + 3 \right)$$